

Mathematik lernen mit Computern

Jürgen Maaß (Linz)

Seit der "New Math" ist kaum ein anderes Thema in der Mathematikdidaktik sowie unter MathematiklehrerInnen so heftig und emotional diskutiert worden wie der Einsatz von elektronischen Rechenhilfen oder neuerdings von Denkwerkzeugen im Mathematikunterricht. Die Emotionalität ist durchaus verständlich, denn MathematiklehrerInnen sehen sich durch den technologischen Fortschritt unerwartet in eine Situation versetzt, die möglicherweise jener von technischen ZeichnerInnen im Angesicht von CAD, PortraitmalerInnen nach der Erfindung des Fotoapparates oder MitarbeiterInnen in der Automobilproduktion beim Einzug von Industrierobotern gleicht. Die mögliche Analogie thematisiere ich im ersten Teil meines Beitrages.

Im zweiten Teil geht es um einen Überblick: Welche Art von Programmen kann auf welche Weise genutzt werden, um Mathematik zu lernen? Neben jenen Programmen, die explizit für den Mathematikunterricht als Werkzeug oder besser Denkzeug entwickelt wurden (etwa für Berechnung oder Visualisierung, für Algebra oder Geometrie) und einer Fülle von Sharewareprogrammen gibt es andere für den Unterricht mehr oder weniger gut nutzbare Programmtypen. Viele Vorschläge zur Verwendung von Tabellenkalkulationen sind bekannt. Seltener verwendet werden - aus unterschiedlichen Gründen - offenbar andere kommerzielle Software-Produkte wie CAD, Datenbanken (logische Verknüpfungen üben), Wirtschaftssimulationen (Basis-Gewinn-Funktionen analysieren, Modellbildung hinterfragen) oder Edutainment - Produkte (ADI, Alfons, Mathe-Blaster, Mathe-Kobold & Co). In der Schule sind solche Edutainment - Programme m.E. eher als Negativ-Beispiel hilfreich; für LehrerInnen ist ihre Beurteilung hauptsächlich deshalb von Bedeutung, weil Eltern fragen, ob solche Programme Nachhilfe (oder gar Unterricht selbst) ersetzen können.

Im dritten Teil skizziere ich abschließend einen Vorschlag, Eltern und Lehrenden angesichts der Flut von Programmen unterschiedlicher Qualität durch eine offizielle und verlässliche mathematikdidaktische Begutachtung Orientierungshilfen zu geben.

Durch die Entwicklung und den Einsatz Neuer Technologien verändern wir die Welt, in der wir leben - und auch den Mathematikunterricht

Steinzeit, Bronzezeit, Eisenzeit ... die Entwicklungsgeschichte der Menschheit wird oft durch Begriffe gekennzeichnet, die auf den jeweils vorherrschenden und das Zeitalter wesentlich bestimmenden Stand der Technologie verweisen. Welche der drei für unsere Zeit wesentlichen Grundeinheiten (Atom, Bit, Gen) und der dazugehörigen Technologien aus der Sicht künftiger Historiker zur zentralen erhoben wird, um diese Epoche rückblickend zu kennzeichnen, ist

noch offen. Vielleicht ist diese Epoche ja so kurz, daß sie keinen eigenen Namen bekommt und schlicht der Beginn des technologischen Zeitalters oder die Zeit vor der globalen Katastrophe heißen wird.

Aus der Sicht des Mathematiklehrers bzw. der -lehrerin ließ sich bisher mit einer gewissen Gelassenheit und Distanz beobachten, wie die sogenannten Neuen Technologien die Welt rundherum verändern. Die Sprache anonymisiert in dieser Formulierung weitgehend, wer eigentlich die Welt verändert: Die Neuen Technologien entstehen nicht von sich aus (obwohl selbstverständlich eine Neue Technologie wie Computer die Basis für viele weitere bildet) und wirken nicht aus eigenem Interesse auf die Welt ein. Hinter all dem stehen Menschen, die Erfindungen machen, Technologien in Produktion und Verwaltung zur Steigerung der Effizienz einsetzen, Geld verdienen, komfortabel und sicher leben wollen, oder kurz: nicht nur überleben, sondern besser leben wollen, wie es der Philosoph Heinz Hülsmann ausgedrückt hat.

Technologiebedingter Wandel ist in der Arbeitswelt ebenso wie in der übrigen Lebenswelt zu beobachten. Am Rande sei vermerkt, daß gerade LehrerInnen und Lehrer ihre sichere berufliche Position oft dazu nutzen, sich gegen Fehlentwicklungen in der Lebenswelt, gegen Umweltverschmutzung und für soziale Anliegen einzusetzen. Betrachten wir einige Aspekte des Wandels in der Arbeitswelt, so fällt auf, daß

- * einige Berufe samt der dazugehörigen Ausbildung nicht mehr oder nur sehr eingeschränkt benötigt werden, etwa der Bleisatz für den Zeitungsdruck oder Schweißen und Lackieren in der Automobilproduktion,

- * viele Berufe andere Tätigkeiten beinhalten, die vor dem Computereinsatz in der Regel arbeitsteilig ausgeführt wurden: Textbausteine werden von SachbearbeiterInnen zu Standardbriefen zusammengestellt, IngenieurInnen konstruieren mit CAD am Computer und erhalten fertige technische Zeichnungen ausgedruckt, VersicherungsvertreterInnen im Außendienst haben einen Laptop und tippen die Daten der KundInnen selbst in die EDV, Scannerkassen im Supermarkt ermöglichen eine genauere Übersicht über den Warenfluß im Supermarkt mit weniger Personal usw., kurz: weniger qualifizierte Arbeiten (Handlager, Schreibkraft etc.) werden mit Hilfe der EDV von qualifizierten Kräften gleich mit erledigt.

- * ein qualitativer Wandel der beruflichen Tätigkeiten auftritt: Die Arbeitsintensität steigt - nicht zuletzt weil vernetzte EDV Gleichzeitigkeit verlangt und automatische Überwachung erleichtert. In diesem Zusammenhang werden auch häufig zwei Tendenzen genannt, die auf eine Rücknahme der Taylorisierung (weitestgehende Arbeitsteilung nach dem Konzept von Mr. Taylor) in Verbindung mit erhöhten Anforderungen an Qualifikation und Verantwortlichkeit sowie eine "Verdichtung" der Arbeit hinauslaufen (Wegfall von einfachen Routinetätigkeiten, erhöhter Bedarf an Aufmerksamkeit und Konzentration).

Zudem werden mit dem Verweis auf die verbesserten Möglichkeiten zusätzliche Anforderungen an Produkte gestellt, etwa Varianten von Konstruktionen,

oder die Berücksichtigung individueller Kundenwünsche auch in Massenproduktionen bis hin zur Fließbandproduktion von Einzelstücken.

Lange Zeit schien es so, als sei der Mathematikunterricht ein Bereich, in dem sehr wenig Wandel stattfindet. Manche Kritik, die vor fast 100 Jahren von Felix Klein am Unterricht formuliert wurde, liest sich so, als habe er gestern einen Unterrichtsbesuch durchgeführt. Mit den Taschenrechnern aber hat ein Produkt der Neuen Technologien auch den Mathematikunterricht erreicht und beeinflußt. Noch stärkere Veränderungen wird die nächste Generation von Taschenrechnern auslösen, also jene, die wie der TI 92 heute auch die typischen Inhalte des Oberstufenunterrichts beherrscht. Viele LehrerInnen stehen diesem Wandel der technologischen Basis ihrer Berufstätigkeit gegenüber wie SetzerInnen, technische ZeichnerInnen oder Angehörige anderer vom Wandel betroffener Berufsgruppen: Einige sind begeistert dabei und überlegen selbst, wie sie die neuen Mittel für neuen Unterricht nutzen können und viele zeigen sich eher abwehrend bis furchtsam. In gewisser Weise trifft der Wandel die Gruppe der MathematiklehrerInnen besonders unerwartet, weil es bekanntlich zur an Universitäten und Schulen häufig vermittelten Ideologie der Mathematik gehört, sie für eine Wissenschaft zu halten, die eine freie Schöpfung des menschlichen Geistes ist. Eine materialistische Sicht, die auch Mathematik als abhängig von Werkzeugen, von der materiellen Basis sieht, ist in der Regel nicht Bestandteil des mathematischen Selbstbewußtseins - und erst recht nicht eine, die von "Mathematik als Technologie" (Maaß/Schlöglmann 1989) spricht.

Den ersten Teil abschließend möchte ich noch eine Prognose wagen: Wenn der Vergleich mit der Situation in Industrie und Verwaltung stimmt, liegt es nahe, auch vorherzusagen, daß nicht Computer im Unterricht die weitere Entwicklung nachhaltig beeinflussen werden, sondern erweiterte Taschenrechner mit Computeralgebra und Funktionenplotter und Statistikfunktionen etc., die noch billiger und einfacher zu bedienen sind als der TI 92. Wenn solche Rechner als Werbegeschenk beim Kauf einer Packung Kaffee verteilt oder zum ähnlichen Preis verkauft werden, werden die meisten SchülerInnen es verwenden - über oder unter der Schulbank. Anders als in der Industrie sind dann zwar nicht die Arbeitsplätze der LehrerInnen unmittelbar gefährdet, wohl aber die Stellung des Mathematikunterrichts insgesamt zur Disposition gestellt, wenn es nicht gelingt, ihn so verändern, daß die bei unlängst verordneten der Kürzung der Mathematikstunden an der HAK im BMUK geäußerte Frage "Wozu noch Mathematikunterricht, das Rechnen erledigt jetzt doch der Computer?" nicht überzeugend beantwortet werden kann. Bekanntlich werden und wurden in der Mathematikdidaktik schon eine ganze Reihe sehr guter Antworten auf diese Frage formuliert - an der Umsetzung im Unterrichtsalltag wird noch gearbeitet.

Welche Art von Programmen kann auf welche Weise genutzt werden, um Mathematik zu lernen?

Wie in der Einleitung angedeutet, können ganz unterschiedliche Arten von Programmen unter dieser Fragestellung diskutiert werden. Im folgenden greife ich

einige Beispiele heraus; ein vollständiger Überblick scheidet nicht nur am begrenzten Rahmen, sondern auch daran, daß ich nicht alle Programme kenne. Insbesondere der Sharewaremarkt birgt in der Fülle weniger guter Programme immer wieder positive Überraschungen. Aber auch im kommerziellen Markt ist es nicht immer leicht, aktuelle und kostenlose Testmuster zu erhalten.

Wie oben angedeutet halte ich die Computeralgebrasysteme mit vereinfachter Bedienung und in Taschenrechner integriert für die Art von Programm, die den künftigen Unterricht am meisten beeinflussen wird (vgl. etwa den "ersten Erfahrungsbericht" von Hugelsdorfer 1996). Dennoch gehe ich hier auf Vorschläge zum Einsatz von Computeralgebrasystemen bzw. solchen Rechnern nicht näher ein, da im Verlaufe dieser Tagung dazu einige andere Vorträge angekündigt wurden (bekanntlich gibt es zu dem Thema auch schon eine Zeitschrift und relativ viel Literatur).

Die erste Gruppe von Programmen, der ich mich hier etwas ausführlicher zuwenden möchte, sind solche für den Geometrieunterricht, also Cad 2D, Cabri, Thales und die GEO - Gruppe von Prof. Holland. Da mir Cabri II noch nicht vorliegt, ist diese Aufzählung als "aufsteigend" zu sehen - hinsichtlich der Komplexität und Einsatzmöglichkeiten der Programme, nicht aber hinsichtlich der Beurteilung. Diese hängt sehr davon ab, zu welchem Unterrichtszweck, auf welcher Rechnerbasis und in welcher Klasse eines dieser Programme eingesetzt werden soll.

Nun zu einer kurzen Beschreibung der erwähnten Programme.

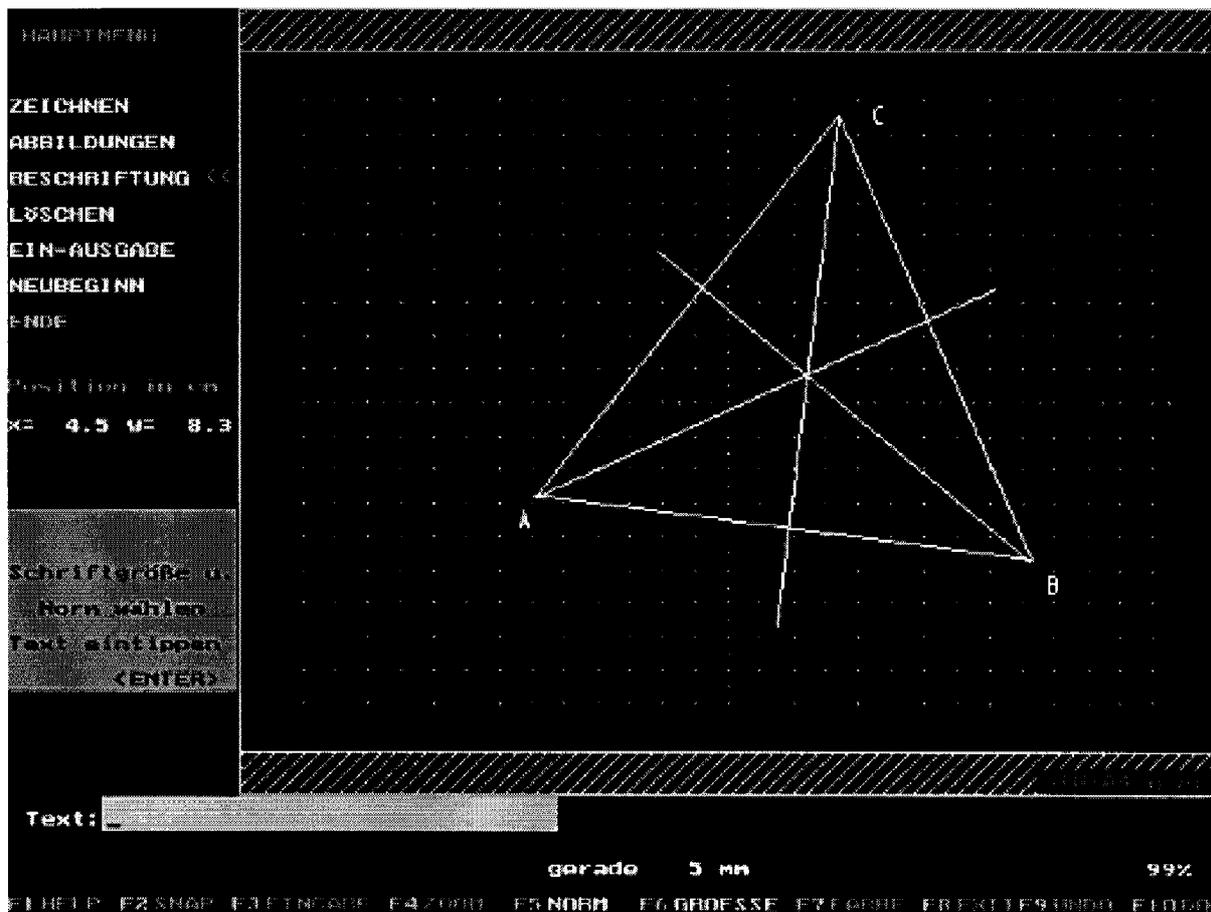
Cad 2D

Am Institut für Geometrie an der TU Wien wurde dieses Programm entwickelt (übrigens gibt es auch eine 3D - Variante). Offenbar wurde bei der Programmherstellung angestrebt, all jene Zeichnungen am Bildschirm ausführbar zu machen, die üblicherweise im GZ bzw. Geometrieunterricht mit Zirkel und Lineal gemacht werden. Im Menü ZEICHNEN finden sich die Optionen STRECKE, NORMALE, PARALLELE, KREIS, KREISBOGEN und LINIE ÄNDERN.

Unter ABBILDUNGEN können die folgenden Optionen gewählt werden: SCHIEBUNG, SPIEGELUNG, DREHUNG, STRECKUNG.

Die Intention "für GZ" findet ihren besonderen Niederschlag in - im Vergleich zu anderen Grafikprogrammen - untypisch vielen Optionen beim Menü EINGABE.

Der große Vorteil dieses Programms für den Einsatz an Schulen ist neben dem Preis (kostenlos) die sehr bescheidene Hardwareanforderung. Das Programm läuft auf einem 386er unter DOS.



Der Screenshot (Abb. 1) zeigt die Beschriftung eines Dreiecks mit eingezeichneten Mittelsenkrechten.

Cabri I und Thales

Beide kommerziellen Programme leisten etwa dasselbe. Thales ist etwas jünger als Cabri I und kann etwas mehr. Deshalb ist es nicht nur eine Referenz an die beiden Klagenfurter Kollegen und Programmautoren Kadunz und Kautschitsch, wenn ich mich hier auf Anmerkungen zu Thales beschränke. Cabri wurde in Grenoble entwickelt.

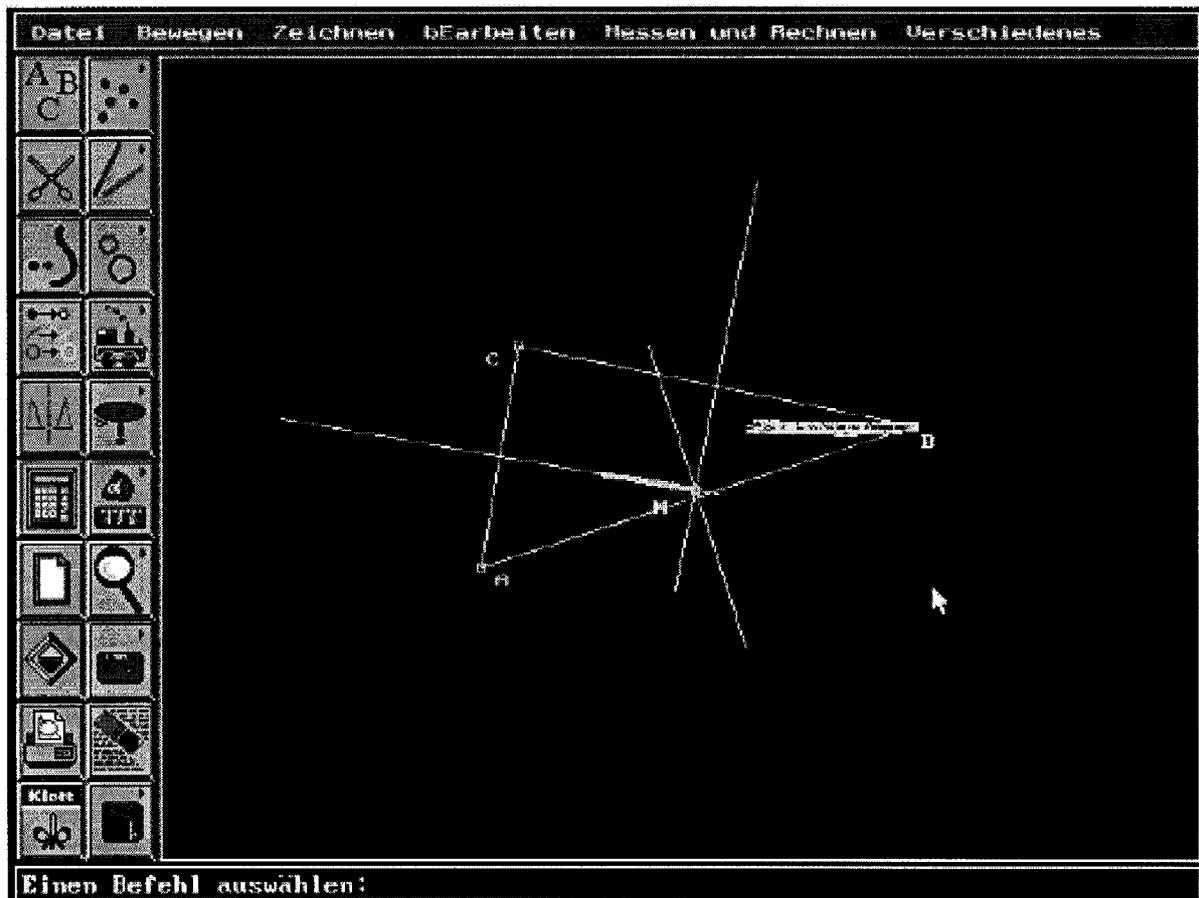
Neben einem moderneren Aussehen (Steuerungsmöglichkeit über Icons) bietet Thales gegenüber Cad 2D insbesondere folgende Erweiterungen:

- Messen und Berechnen
Eingezeichnete Größen wie Strecken oder Winkel können ebenso berechnet werden wie Flächen von Dreiecken oder Kreisen.
- Macros
Einmal durchgeführte Konstruktionen (wie etwa die zum Schnittpunkt der Mittelsenkrechten) können gespeichert und wieder aufgerufen werden, so

daß das Programm aus drei Punkten automatisch ein Dreieck mit Mittelsenkrechten erstellt.

- Zugmodus (Ortslinien)

In fertigen Konstruktionen (Zeichnungen) können einzelne Punkte bewegt werden, wobei die darauf aufbauenden Teile der Konstruktion neu berechnet werden. Im folgenden Bild wurde der Punkt B eines Dreiecks nach rechts gezogen. Das Programm hat den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten jeweils neu berechnet und eingezeichnet.



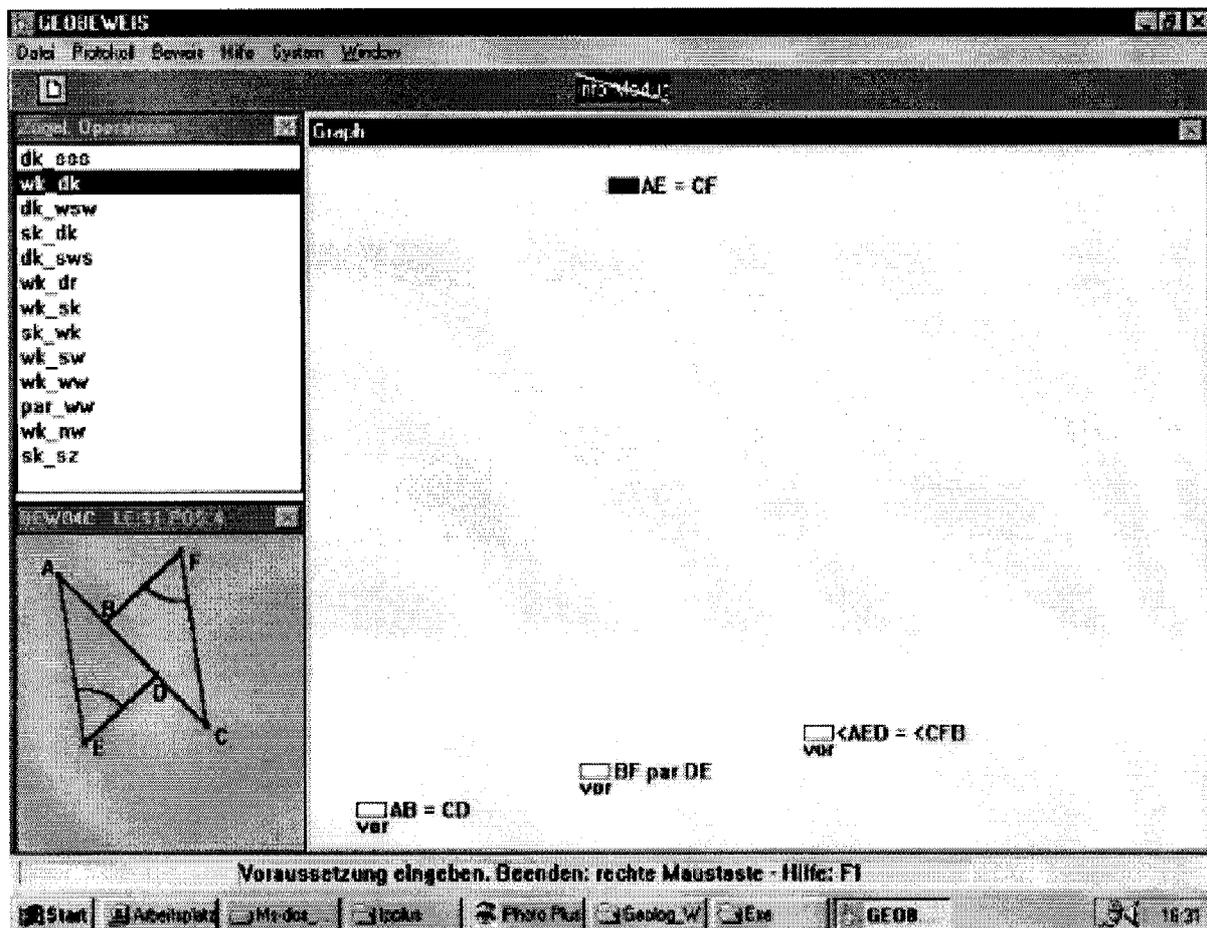
- Malmodus (Ästhetik)

Etwa durch die Rotation einer Figur lassen sich ansprechende Bilder auf den Schirm zaubern.

Geo - Win

Die Ziele, die Prof. Holland mit seinen Geometrieprogrammen (ich nenne sie die **Geo - Familie**, weil einerseits in Geo - Win mehrere Programmteile enthalten sind und andererseits diese Programmteile schon vorher in mehreren Vari-

anten als DOS - Programme erhältlich waren), sind weiter gesteckt als Zeichnen mit Variationen. Geometrie kann schon in der Unterstufe einen Zugang zu dem ermöglichen, was Mathematik zu einer einzigartigen Wissenschaft macht, nämlich der mathematische Beweis. Wenn diese Einzigartigkeit auch im Unterricht deutlich werden soll (etwa mit der Zielsetzung, daß die SchülerInnen lernen sollen, daß mathematische Sätze unter den gegebenen Voraussetzung nicht "nur" aufgrund der Autorität der Lehrperson gültig sind), eröffnet die Geometrie der Unterstufe einen Weg dorthin. Nun kann aber darüber diskutiert werden, ob GEOBEWEIS der richtige oder besser: ein erfolgreicher Weg zur Rettung der Beweise im Geometrieunterricht ist, da einiger Aufwand (und damit einige Motivation der Lernenden bzw. einige Bemühungen der Lehrenden) notwendig ist, um sich in die Systematik dieses Programmes hineinzufinden und bewundern zu können, wie es aus gegebenen Aussagen alle möglichen Folgerungen zieht. das folgende Bild zeigt eine einfache Beweisaufgabe:



Neuer Geometrieunterricht am Computer - Programme sind mehr als ein Werkzeug

Der generelle und gemeinsame Zweck der mir bekannten Geometrieprogramme (von denen ich hier einige bewußt nicht erwähnt habe) ist die Vereinfachung der Zeichnung von geometrischen Objekten; häufig genannt wird hier die Absicht, SchülerInnen am Computer viele Variationen einer Konstruktion zeichnen zu lassen, um sie so dahin zu bringen, etwa Invarianten oder Strukturmerkmale selbständig zu erkennen, z.B. die Tatsache, daß sich die Mittelsenkrechten eines Dreiecks immer in einem Punkt schneiden. Indirekt wird damit auch schon ein häufiger Kritikpunkt angesprochen: Wenn die SchülerInnen am Bildschirm sehen, daß sich auch bei Verschiebungen der Eckpunkte eines Dreiecks die Mittelsenkrechten eines Dreiecks immer in einem Punkt schneiden, ist es für sie schon eine "Tatsache" - auch ohne Beweis. Wozu muß noch etwas bewiesen werden, was doch jeder am Schirm sieht?

An diesem Beispiel deutet sich etwas an, was aus meiner Sicht wieder auf die eingangs erwähnte Analogie zur Situation in Verwaltung und Produktion beim Einsatz von EDV verweist: Die Neue Technologie bewirkt nicht einfach, daß die selben Aufgaben in der selben Art bearbeitet und gelöst werden, im Beispiel also Konstruktionen am Bildschirm statt auf dem Papier erstellt werden. Es tritt Strukturwandel, eine Problemverschiebung ein. War es früher im Geometrieunterricht eher schwierig, die SchülerInnen zur Formulierung der Vermutung zu provozieren, daß es immer genau einen Schnittpunkt gibt, rückt mit den Möglichkeiten des Geometrieprogramms eher die Frage in den Mittelpunkt, welche der vielen Veränderungen am Schirm zur "richtigen" (d.h. von der Lehrkraft in der Stundenplanung vorgesehenen) Vermutung führt und weshalb es noch einen eigenen Beweis geben muß, obwohl man am Schirm doch alles klar erkennen kann (vgl. dazu insbesondere die im Literaturverzeichnis aufgeführten Bücher aus dem Dümmler-Verlag)

Andere für den Unterricht geeignete Programme

Neben den bisher erwähnten Programmen für den Unterricht gibt es eine Vielzahl weiterer für verschiedene Unterrichtsthemen wie Stochastik oder Systemdynamik, sowie Funktionenplotter, Bruchrechenrainer, Karteikartenverwaltung für Freiarbeit etc., die hier nicht noch einmal vorgestellt werden (vgl. dazu die Programmsammlung der AK Vorarlberg 1996 und die Liste des BMUK 1996). Auch zum Thema Tabellenkalkulation im Mathematikunterricht möchte an dieser Stelle nicht viel sagen. Die Grundidee der Tabellenkalkulation, in jenen Feldern, in denen eine Formel steht, die Werte oder Inhalte anderer Felder verknüpft, gleich den ausgerechneten Wert anzuzeigen, legt es nahe, sie in ganz unterschiedlichen Schulstufen einzusetzen: Als Beispiel erwähnen möchte ich nur die Berechnung von Anhaltewegen (inkl. graphischer Darstellung) von Fahrzeugen in Abhängigkeit von der Modellierung bzw. den verwendeten Parametern und den großen Themenkreis Folgen und Reihen. Für weitere Beispiele verweise ich auf einschlägige Literatur (etwa Ratzinger u.a. 1993).

Stellvertretend für viele andere erwähne ich ein gutes Sharewareprogramm, das viele Bereiche abdeckt und zumindest für LehrerInnen beim Stellen und Nachrechnen von Aufgaben eine gute Hilfe sein kann: MatheAss. Der Vorteil eines

Sharewareprogrammes liegt bekanntlich generell darin, daß die Gelegenheit besteht, es vor dem Kauf (der Entrichtung einer Registriergebühr) zumindest in seinen wesentlichen Funktionen zu erproben. MatheAss zeichnet sich insbesondere durch seinen großen Umfang aus, wie die folgende Auflistung der Unterpunkte der Menüleiste zeigt:



ALGEBRA: PRIMZAHLEN, PRIMFAKTORZERLEGUNG, ggT und KgV, DEZIMALZAHLEN -> BRÜCHE, BRÜCHE -> DEZIMALZAHLEN, BINOME N-TEN GRADES, GLEICHUNGEN 4. GRADES, DIOPHANTISCHE GLEICHUNGEN, PYTHAGORÄISCHE TRIPEL, UPN TASCHE-RECHNER

GEOMETRIE: RECHTWINKLIGE DREIECKE, DREIECKE AUS DREI GRÖSSEN, DREIECKE AUS DREI PUNKTEN, VIELECKE, ABBILDUNG, KOORDINATENSYSTEME, EBENE DURCH DREI PUNKTE, KUGEL DURCH VIER PUNKTE, SCHNITT VON ZWEI GERADEN, SCHNITT VON ZWEI EBENEN, SCHNITT VON ZWEI KUGELN, SCHNITT VON EBENE UND KUGEL

ANALYSIS: POLYNOME, FUNKTIONENPLOTTER 1 BIS 3, KURVENSCHAREN, KURVENDISKUSSION, NEWTON - ITERATION,

INTEGRALRECHNUNG, PARAMETERKURVEN, REIHENENTWICKLUNG, FLÄCHENFUNKTION

STOCHASTIK: STATISTIK, REGRESSION, KOMBINATORIK BINOMIALVERTEILUNG, HYPERGEOM. VERTEILUNG, NORMALVERTEILUNG

LINEARE ALGEBRA: LIN. GLEICHUNGSSYSTEME, LINEARKOMBINATION, SKALARPRODUKT, VEKTORPRODUKT, SPATPRODUKT, MATRIZENINVERSION, MATRIZENMULTIPLIKATION

Offensichtlich würde der Unterricht schon eine Neukonzeption in beträchtlichem Umfang erfordern, wenn alle SchülerInnen dieses Programm verwenden würden. Allein der Programmteil zur Analytischen Geometrie umfaßt die meisten Aufgaben, deren Lösung üblicherweise in vielen Stunden geübt wird. Dem Einsatz im Unterricht steht m.E. derzeit hauptsächlich ein Gerechtigkeitsargument entgegen. Wenn es eingesetzt wird, müssen alle SchülerInnen die Möglichkeit haben, es auch zu Hause zu verwenden. Das wiederum setzt - unzulässigerweise - voraus, daß alle SchülerInnen zu Hause auch einen entsprechenden PC benutzen können.

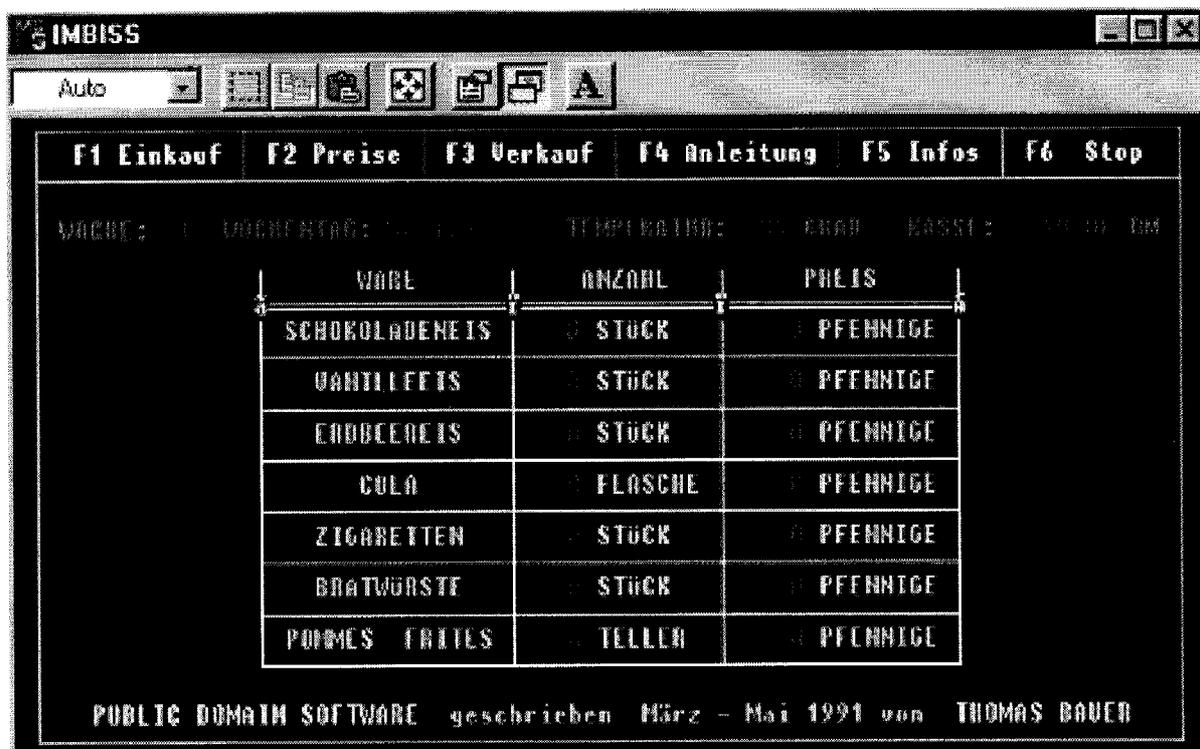
Wirtschaftssimulationen analysieren

Ein wesentliches Kennzeichen unserer technologisch formierten Gesellschaft ist die Arbeitsteilung. Ein einzelner Mensch wäre völlig überfordert, wenn er alle technischen Geräte, die er verwendet, selbst konstruieren und bauen müßte. In der Regel verwenden wir die uns umgebende Technologie wie eine Black Box, d.h. wir drücken auf Knöpfe und Schalter und erwarten bestimmte Resultate, ohne genau zu wissen, was alles passiert, wenn wir z.B. einen Automotor starten, einen Fernseher oder Computer einschalten oder auch „nur“ einen Lichtschalter betätigen. Das geht meist solange gut, wie alles erwartungsgemäß funktioniert. Im Falle einer Panne oder eines falschen Verständnisses einer Black Box gibt es verschiedene Strategien, etwa jemanden um Rat fragen, auf die Nutzung verzichten oder versuchen, die Black Box besser zu verstehen (vgl. dazu ausführlicher Maaß/Schlöglmann 1994).

Die Analyse von Black Boxes sollte mehr als bisher explizites Thema des Mathematikunterrichts sein. Mathematik kann dabei nicht nur zum Verständnis der Struktur (Stichwort Modellbildung) beitragen, sondern auch die Methoden zur quantitativen Analyse bereitstellen. Vielen technischen Objekten liegen mathematische Funktionen zumindest in Form der naturwissenschaftlichen Gesetze, nach denen sie konstruiert wurden, zu Grunde.

Wie kann im Mathematikunterricht solch eine Analyse einer Black Box geübt werden? Ein naheliegendes Objekt ist ein Taschenrechner: Wie werden etwa Logarithmen und Sinuswerte ausgerechnet? Eine ganz andere Art von Objekt der Analyse sind Computerprogramme, mit denen viele SchülerInnen vertraut sind, nämlich Wirtschaftssimulationen (Computerspiele). Ohne hier auf die vielen pädagogischen (Grundsatz)Fragen zu diesem Thema einzugehen (vgl. dazu Maaß 1996), skizziere ich im folgenden ein Beispiel für einen solchen Unterricht, zu dem ich aus der Erfahrung von einigen Veranstaltungen zur LehrerInnenfortbildung und eigenen Schulversuchen den Eindruck gewonnen habe, daß es sich lohnt, ihn vorzustellen.

Ausgangspunkt ist ein kleines Sharewarespiel namens Imbiss, das ein sehr vereinfachtes (aber eben deshalb schnell spielbares und relativ leicht analysierbares) Modell einer Imbissbude simuliert. Im Spiel kann entschieden werden, wieviel von einer der sieben Waren beim Großhändler eingekauft wird und zu welchen Preisen es verkauft werden soll. Ein Zufallsgenerator entscheidet über die Temperatur am Tage, die wiederum die Nachfrage und die Preise beim Großhändler beeinflusst. An heißen Tagen sind kühle Getränke im Spiel teurer.



Als Einstieg in die Unterrichtsreihe erhalten die Lernenden Gelegenheit, das Spiel kennenzulernen. Wenn einheitlich eine Spielzeit von zwei Wochen ge-

wählt wird, erreichen die Neulinge nach etwa 30 Minuten Unterrichtszeit im Durchschnitt etwa einen Kontostand von 200 bis 300 DM. Zum Vergleich: Wenn die Resultate der Analyse in einer Strategie richtig umgesetzt werden, werden aus dem Startkapital von 10 DM nach 2 Wochen über 1000 DM. Mathematik macht erfolgreich!

In der zweiten Phase des Unterrichts werden Fragen und Vermutungen dazu gesammelt, etwa: Wie läßt sich der Gewinn steigern? Hängen die Einkaufspreise oder die Nachfrage von der Temperatur ab? Läßt sich die Temperatur für den nächsten Tag voraussagen? Hängt die Nachfrage vom Wochentag ab? Oder: Der Einkaufspreis für Zigaretten hängt nicht von der Temperatur ab! Die Anzahl der Kunden ist begrenzt!

Nun kommt die entscheidende Frage: Wie finden wir Antworten auf die Fragen bzw. können die Vermutungen belegen oder widerlegen? Wenn diese Frage nicht einfach in Form von Arbeitsaufträgen des Lehrers bzw. der Lehrerin beantwortet wird, können die SchülerInnen hier etwas über Methoden des Forschens lernen. Naheliegend ist der Vorschlag, genau zu beobachten, was eigentlich passiert, also Daten zu sammeln. Wenn nicht vorab vereinbart wird, welche Daten gesammelt werden sollen, sind die aufgeschriebenen Werte schlecht vergleichbar. Aus dieser Erfahrung resultiert eine Vereinbarung über eine einheitliche Vorgehensweise und - auch eine wichtige Strategie! - gezielte Arbeitsteilung. Um den Schritt von schlecht verwertbaren Daten zu einer besseren Methode und zur Arbeitsteilung zu schaffen, ist eine Reflexion des bisherigen Vorgehens notwendig.

Wenn einige (wieviele sind hinreichend?) Daten vorliegen, kann versucht werden, mit ihrer Hilfe die aufgestellten Vermutungen zu überprüfen. Hier hilft es sehr, aus einer unüberschaubar großen Tabelle mit Zahlen gezielt einige herauszusuchen und in einer Grafik zusammenzustellen. So lassen sich Tendenzen erkennen oder wenigstens vermuten. Wie lassen sich vermutete Tendenzen beweisen? Braucht man überhaupt einen Beweis im mathematischen Sinne? Die richtige Analogie ist eher die zur Naturwissenschaft, etwa zur Physik. Ähnlich wie in der physikalischen Forschung bietet sich - wiederum als Resultat einer Diskussion über den Erfolg der bisherigen Bemühungen und Ideen zur Verbesserung der Methode - als nächster Schritt der Übergang von der Beobachtung zum Experiment an. Ganz gezielt werden z.B. bestimmte Verkaufspreise gewählt, um die entsprechende Nachfrage zu ermitteln bzw. um zu testen, ob die tatsächliche Nachfrage mit der prognostizierten übereinstimmt.

Aufgrund verschiedener Experimente, die am besten wieder arbeitsteilig durchgeführt werden, um hinreichend viele Daten zu erhalten, lassen sich so für eine erfolgreiche Spielführung Strategien formulieren. Diese wiederum können im Spiel selbst erprobt werden. Falls konkurrierende Strategien von Gruppen erarbeitet bzw. formuliert werden, bietet sich ein Wettkampf an.

Auf einen Punkt möchte ich an dieser Stelle hinweisen, der anders als im üblichen Mathematikunterricht verlaufen sollte: Wann wird die Analyse abgebrochen? Eine solche Frage entscheidet üblicherweise die Lehrperson aufgrund ihrer Unterrichtsplanung. Hier können die Lernenden begründet über diese Frage mitentscheiden, weil das Kriterium für „hinreichend“ viele Daten bzw. genügend gute Spielstrategie der Erfolg im Spiel selbst ist.

Abschließend sollte im Unterricht noch einmal der Gang der Analyse reflektiert werden: Was haben wir über die Methode gelernt? Zur Reflexion gehört auch die Diskussion über die Modellbildung im Spiel. Wie realistisch ist das Modell? Wo könnte es genauer sein? Welcher Grad von Genauigkeit würde den Rahmen eines Spieles sprengen? Und: Könnte es sein, daß andere Computermodelle, die wir z.B. im Fernsehen präsentiert bekommen oder solche, die technische Anlagen steuern, auch nicht die gesamte Realität erfassen? Nach welchen Kriterien wurde hier ausgewählt, was berücksichtigt wurde? Offensichtlich führen solche Fragen über das Spiel weit hinaus!

Edutainment

Aus einer Mischung der Wörter Education und Entertainment entstand das Wort Edutainment, frei übersetzt unterhaltsames Lernen oder erzieherische Unterhaltung. Produkte wie Adi, Alfons, Mathe-Blaster, Mathe-Kobold & Co werden weitaus häufiger verkauft als die bisher erwähnten Denkwerkzeuge. Für den Unterricht in der Schule sind die meisten Edutainment - Programme (Alfons ist hier als Ausnahme zu nennen) m.E. eher nicht hilfreich. Dennoch sollten LehrerInnen etwas über solche Programme wissen, da sie von Eltern immer wieder gefragt werden, ob die Programme Nachhilfe ersetzen können. Für die Mathematikdidaktik erweisen sie sich als sehr gute Anregung zum Nachdenken und Diskutieren über wichtige didaktische Fragen: Welches Bild von Mathematik wird vermittelt? Welche Vorstellung von Lernen liegt dem Programm zugrunde? Was lernt ein Kind durch dieses Programm? Der Verdacht liegt nahe, daß Produkte, die aus mathematikdidaktischer Sicht ohne Zweifel sehr kritikwürdig sind, nur deshalb einen solchen kommerziellen Erfolg haben können, weil der Mathematikunterricht üblicherweise offenbar nicht ganz mathematikdidaktischen Idealvorstellungen entspricht. Anders ausgedrückt: Wenn der Unterricht "besser" wäre, hätten solche Produkte am Markt weniger Chancen.

Beschreibung: Mathematik-Edutainment-Programme

Das vorherrschende Muster für solche Programme sind einfache Spiele, in die Mathematikaufgaben eingebunden sind. Eine Spielfigur wird per Mouse oder Tastatur über einen Bildschirm gesteuert; dabei ist hauptsächlich Geschicklichkeit bei der Jagd nach Punkten, beim Ausweichen oder beim Abschießen (!) gefordert. In das Spielgeschehen eingebaut sind Aufgaben, die meist per Zufallsgenerator zu einem Themengebiet nach einem vorgegebenen Grundmuster zusammengestellt werden. Auch dann, wenn Textaufgaben gestellt werden, haben die Texte nichts mit dem Spielgeschehen zu tun. Wer einen bestimmten Prozentsatz der gestellten Aufgaben (in vielen Spielen 100%) richtig löst, gewinnt einige Punkte und ein Lob des Computers ("Bravo!" oder "Prima!" tönt es aus dem Lautsprecher oder eine Comicfigur hüpfet und schwenkt ein Fähnchen). In vielen Programmen werden für Geschicklichkeit weit mehr Punkte vergeben als für richtig gelöste Aufgaben.

Das folgende Bild aus einem dieser Programme, dem "Mathe-Kobold", veranschaulicht in vielleicht ungewollter Deutlichkeit den typischen Aufbau solcher Programme und das Bild von Mathematik, das offenbar der Programmgestaltung zugrunde liegt.

Der Mathe-Kobold

Datei Optionen Hilfe

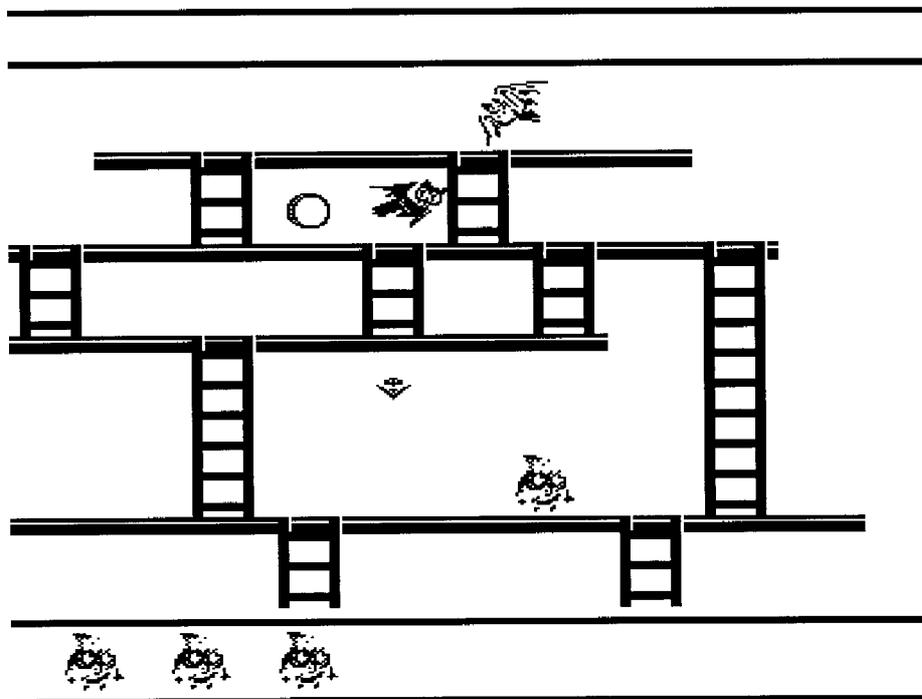


Abb. 1

Die Spielfigur, mit der sich der bzw. Lernende identifizieren soll, wird nach dem Muster des Spiels "Lode Runner" über Plattformen und Leitern gesteuert. Wie im richtigen Leben geht es auf dem Weg zum Erfolg auf und ab. Die Bösen (LehrerInnen?) sind dabei der Spielfigur immer auf den Fersen: Wenn ein "Böser" die Spielfigur einholt, stirbt diese. Wenn die drei "Leben" der Spielfigur verbraucht sind, werden die bis dahin erreichten Punkte in die Highscore-Liste eingetragen. Das Spielziel ist also eine möglichst hohe Punktzahl. Hohe Punktzahlen versprechen wertvolle Gegenstände, die ein Zufallsgenerator auf dem Schirm plaziert. Im Beispiel ist es ein Diamant, der bis zu 4000 Punkte wert ist (für eine richtig gelöste Aufgabe gibt es - je nach Spielstand - ca. 100 Punkte). Auf dem Weg zu Ruhm und Glück gibt es jedoch lästige Hindernisse (im Bild die kleinen Kreise): Jedesmal, wenn die Figur einen solchen Kreis erreicht, muß eine Mathematik-Aufgabe gelöst werden. Dazu wird auf einen anderen Bildschirm umgeschaltet.

Der Mathe-Kobold

Datei Optionen Hilfe



$$\begin{array}{r} 7 \ 14 \\ \cancel{8} \ \cancel{4} \ 2 \\ - \ 7 \ 6 \ 1 \\ \hline \blacksquare \ 1 \end{array}$$

Hinweis



Abb 2 zeigt eine halb gelöste Aufgabe aus dem Gebiet Subtraktion.

Die Notation entspricht nicht der hierzulande üblichen: Im Zuge der Übersetzung aus dem Amerikanischen wurde auch die offenbar dort übliche Schreibweise übernommen. Die eigentliche Aufgabe wird durch die Darstellung kleinschrittig: Jeweils eine Ziffer ist zu finden und einzutragen. Auch die Anzahl der auszufüllenden Felder gibt indirekte Lösungshilfen.

Kurz zusammengefaßt ist Mathematik in solchen Programmen reduziert auf das Trainieren des LöSENS von Rechenaufgaben. Die Aufgaben sind ins Spiel eingebaut als - mehr oder weniger lästige - Hindernisse auf dem Weg zum "Glück" (dem Spiel selbst bzw. Bonuspunkten im Spiel). Wenn mit dem Spielen Lerneffekte verbunden sind, dann geht es einerseits um das Üben von Lösungsverfahren, die aber schon vorher gelernt werden müssen, um überhaupt spielen zu können. Und andererseits wird ein Bild von Mathematik vertieft, das vom mathematikdidaktischen Standpunkt aus nicht akzeptabel ist.

Werbung für Edutainment

Wie sehen die Hersteller solcher Programme ihr Produkt? Als beispielhaft kann der folgende Werbetext angesehen werden, den ich auf der Packung von "Mathe-Blaster II" gefunden habe: "Jetzt gibt es neuen Stoff für alle, die Mathematik lernen und gleichzeitig die Galaxis retten wollen. **Mathe-Blaster II** ist die Fortsetzung vom **Mathe-Blaster**, dem meistverkauften Mathematik-Programm auf diesem Planeten!

Besser kann man Lernerfolg und Spaß kaum verbinden: Kinder greifen direkt in eine kosmische Zeichentrick-Handlung ein, in der Mathe-Aufgaben zu lösen sind - mit spielerisch leichtem Lerneffekt!

Dabei kommt der Lernstoff keineswegs zu kurz. Über 50.000 verschiedene Aufgaben trainieren Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division mit zwei oder drei Operatoren, mit Dezimalzahlen und mit Brüchen. Und mehr: **Mathe-Blaster II** übt Prozentrechnen, logisches Denken, Rechnen mit negativen Zahlen und und und...

Vier spannende Abenteuer sorgen für Abwechslung. Wer **Mathe-Blaster II** erfolgreich löst, kann die Mathematik in der Schule (3. - 7. Klasse) ebenso spielend bewältigen.

So spannend und motivierend kann Mathe sein!"

Zunächst sei angemerkt, daß die Galaxis gerettet ist, wenn insgesamt 11 Aufgaben richtig gelöst sind. Die Qualität der Spiele ist im Vergleich zu den derzeit am Markt befindlichen kommerziellen Computer- und Videospiele so schlecht, daß auch ein sehr geduldiges Kind nach zwei bis drei Durchgängen (also dann, wenn es die Galaxis zwei- oder dreimal gerettet hat) nur mit Drohungen noch dazu zu bewegen sein dürfte, das Programm noch einmal zu starten. Mit anderen Worten: Vielleicht kann es durch das Spiel dazu motiviert werden kann, etwa 50 der 50.000 Aufgaben zu rechnen.

Zwei Werbeargumente aus dem zitierten Text zielen direkt auf den Mathematikunterricht, einmal der "spielerisch leichte Lerneffekt" und zum anderen der letzte Satz "So spannend und motivierend...!" Sie sollen offenbar an ein verbreitetes negatives Bild von schulischem Mathematikunterricht anknüpfen, nach dieser Unterricht **nicht** spielerisch leicht, spannend und motivierend ist. Wenn sich mit diesem Argument so schlechte Programme so gut verkaufen lassen, sollte dies m.E. für die Didaktik ein Warnsignal sein: Was können wir tun, um den Unterricht und sein Image zu verbessern? Notwendig scheint es mir auch, eine grundsätzliche Auseinandersetzung gegen das Argument zu führen, alles Mathematik-Lernen sei eigentlich ganz leicht und spielerisch zu bewältigen. Grundsätzlich zu kritisieren scheint mir die These, durch eine multimediale und spielerisch eingerahmte Aufarbeitung des Stoffes sei Lernen so einfach und angenehm wie Fernsehen.

Zweifelsohne gibt es verschieden gute Motivationen für das Lernen. Eine berechtigte Kritik an den Edutainment - Programmen ist, daß hier ausschließlich eine extrinsische Motivation gefördert wird: Im Konzept sind Mathematikaufgaben eine lästige Hürde beim eigentlich motivierenden Spiel. Ein guter Mathematikunterricht hingegen kann und soll auch (sogar wesentlich!) intrinsisch motivieren: In der Mathematik selbst liegt dann der Anreiz, die Anstrengung des Lernens auf sich zu nehmen.

Zur Beurteilung von Software

Grundsätzlich läßt sich Software - wie vieles andere auch - von unterschiedlichen Standpunkten aus beurteilen. Nicht nur in EDV-Zeitschriften ist häufig eine Betrachtungsweise vorherrschend, die ich EDV- intern nennen möchte. Hier stehen Punkte im Vordergrund, die mich ein wenig an Mode oder Sportwagen erinnern: Möglichst hohe Bildschirmauflösung, möglichst viele Farben, schickes Design, flüssige Animation, Verwendung von Softwarepaket X und Hardwarezusatz Y sind wesentliche Berichtspunkte. Selbstverständlich sollen auch Mathematik-Programme auf dem aktuellen Stand von Hard- und Software, Bildschirmaufbau und Softwareergonomie programmiert werden - das allein sichert aber nicht ihre Qualität. Ähnliches gilt für den nächsten Punkt, der unter dem Stichwort Bedienerfreundlichkeit oder Nutzungskomfort zusammengefaßt werden kann: Leidgeprüfte und DOS- bzw. WINDOWS - NutzerInnen freuen sich ja schon, wenn ein Programm auf ihrer Maschine überhaupt läuft, wenn autoexec.bat und config.sys nicht neu komponiert werden müssen, weil ein paar Kilobyte im unteren Speicherbereich fehlen, wenn die Treiber richtig sortiert sind und funktionieren etc. Die Freude wächst, wenn das problemlos installierte Programm nicht abstürzt, sobald man beim Bildschirmaufbau versehentlich die Mouse berührt, einmal zuviel oder an die falsche Stelle klickt etc. Die Freude wächst weiter, wenn die Schaltflächen sinnvoll angeordnet sind, die Menüs in etwa z.B. dem von WINDOWS gewohnten Standard entsprechend funktionieren und das Programm insgesamt in etwa das tut, was es verspricht, also etwas ausrechnet oder zeichnet etc. Für den Redakteur der EDV-Zeitschrift endet damit die Begutachtung: Wenn das Programm läuft und schöne Bilder liefert,

die nach seiner Erinnerung etwas mit Mathematiklernen zu tun haben, ist es lobens- und empfehlenswert.

Für die Mathematikdidaktik ist der bisher angedeutete Teil der Bewertung (der übrigens auch eine Reihe hochinteressanter (EDV-)didaktischer Fragestellungen berührt - vgl. Schanda 1995) nur der Einstieg, die notwendige Voraussetzung für die eigentliche, die mathematikdidaktische Prüfung. Hier lautet die Kernfrage - wie bei der Beurteilung von anderen Unterrichts- oder Lernmaterialien auch: Wie ist die Wertung aus didaktischer Sicht? Was lernen die NutzerInnen des Programmes auf welche Weise? Was lernen sie nicht?

In der Diskussion mit LehrerInnen ist mir aufgefallen, daß auch aus meiner Sicht wenig empfehlenswerte Software (etwa ein sehr schlichtes Sharewareprogramm zum Trainieren von Bruchrechnung wurde gern im Unterricht eingesetzt) gelobt wurde. Drei Gründe dafür sind m.E. erwähnenswert: Erstens ist die Ausstattung vieler Schulen mit Computern auf einem Stand, der den Einsatz aktueller Software nicht erlaubt. Zweitens wäre kommerzielle Software oft nicht bezahlbar. Und drittens ist auch ein schlechtes Programm für viele SchülerInnen und LehrerInnen eine willkommene Abwechslung.

Von Seiten der Verlage wird u.a. deshalb der "Vormittagsmarkt" und der "Nachmittagsmarkt" unterschieden. Mit anderen Worten: was sich an Schulen gut verkauft oder im Unterricht gut einsetzbar ist, hat in Konkurrenz zu anderen Freizeitbeschäftigungen der Kinder und Jugendlichen nicht unbedingt gute Chancen.

Für die Bewertung von Software folgt daraus, daß die Mathematikdidaktik nicht nur die Qualität "an sich" in Auge haben muß, sondern auch das Umfeld, in dem die Software eingesetzt werden soll. Für den Unterricht geht es demnach um die Beurteilung von Unterrichtseinheiten, in denen die Software eingesetzt werden soll und für die "Nachmittagsprodukte" stellt sich z.B. die Frage, ob sie im Vergleich zu üblicher Nachhilfe ihr Geld wert sind.

Vertrauenswürdige Bewertung gefragt

Bei LehrerInnen, Eltern und Erziehungsberechtigten gibt es einen sehr starken Informationsbedarf zum Thema. Das Spektrum der offenen Fragen reicht vom Grundsätzlichen bis zum Konkreten. Auch, wenngleich nicht hauptsächlich, am Beispiel von Mathematiklernprogrammen wird diskutiert, ob Kinder überhaupt am Computer sitzen sollen, ob Eltern, die solche Programme kaufen, sich nicht damit zugleich von ihrer eigenen Verantwortung freizukaufen versuchen (der Computer als Ersatz für die persönliche Zuwendung der Eltern), ob Computer die Jugend verderben oder umgekehrt die Tür zu ungeahnten Fortschritten eröffnen etc. Zu solchen Fragen will ich hier nicht Stellung nehmen (vgl. Maaß 1996).

Ganz konkret wird immer wieder gefragt, welches Programm von vertrauenswürdiger Seite empfohlen wird. Gerade von LehrerInnen wird sogar nicht nur ein Kommentar zu einzelnen Programmen, sondern eine möglichst aktuelle und komplette Liste mit Beschreibungen und Bewertungen aller Programme gewünscht - wenn möglich noch in Kombination mit möglichst fertigen und in der Praxis erprobten Unterrichtseinheiten. Der Weg zu einer solchen Liste ist zwar nicht unmöglich, aber doch ohne Zweifel sehr arbeitsam und mühsam. Eine Bewertung nach den eingangs angedeuteten Kriterien erfordert ebenso wie die Ausarbeitung und Erprobung von Unterrichtseinheiten Fachkompetenz und viel Arbeitszeit. Dies kann nicht das Werk einer einzelnen Person sein - Kooperation ist unerlässlich. Damit entsteht aber auch der Bedarf an Koordination: Über die Kriterien und das Verfahren zur Beurteilung muß nachgedacht und gesprochen werden, über viele organisatorische und andere Details (etwa die Qualitätssicherung) der laufenden Arbeit muß gewacht werden etc. Nicht zuletzt soll die Verbreitung der Information über die Resultate der Arbeit nicht dem Zufall überlassen werden: Schön wäre es, wenn in den Medien positiv darüber berichtet wird und eine besondere Auszeichnung "didaktisch wertvoll" direkt auf die Verpackung des Produkts plaziert wird.

Wie kann das gelingen? Dazu mein abschließender Vorschlag: Die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (=GDM) sollte eine Arbeitsgruppe einrichten. In der GDM ist zweifelsohne die notwendige Kompetenz für ein umfassendes Softwarebeurteilungsprojekt vorhanden. Wenn es gelingt, solch ein Projekt erfolgreich durchzuführen (also auch z.B. ein GDM - Gütesiegel zu vergeben), haben nicht nur die LehrerInnen und Eltern etwas davon, die in dieser Frage auf vertrauenswürdige Beratung hoffen.

Literatur

- AK Vorarlberg: Empfehlenswerte Computerlernspiele (CD), Feldkirch 1996
BMUK (Hrsg.): Liste einsetzbarer CD - ROMs für Bildung und Lehre, Stand November 1996, zusammengestellt von CALL Austria
H.J. Eschenbroich: Geometrie beweglich mit Euklid, Dümmler Verlag Bonn 1996
Ders: Geometrie beweglich mit GEOLOG, Dümmler Verlag Bonn 1996
S. Grosser (Hrsg.): Vorträge der 18. Lehrerfortbildungstagung am 12.4.1996 am Institut für Mathematik der Universität Wien, Didaktikhefte Nr. 26, Wien 1997
H.W. Henn, W. Jock: Arbeitsbuch Cabri Geometre, Dümmler Verlag Bonn 1996
H.W. Henn, W. Jock: Schülerarbeitsbuch GEOLOG - WIN, Dümmler Verlag Bonn 1996
G. Holland: Geo - Win, Dümmler Verlag Bonn 1997
R. Hugelshofer: Erste Erfahrungen mit dem TI 92 im Klasseneinsatz, Interface 4/96, S. 35f.
J. Maaß (Hrsg.): Computerspiele - Markt und Pädagogik, Profil - Verlag München 1996
J. Maaß, W. Schlöglmann (Hrsg.): Mathematik als Technologie, Weinheim 1989

J. Maaß, W. Schlöglmann: Black Boxes im Mathematikunterricht, in: Journal für Didaktik der Mathematik 1/1994
W. Neidhardt, C. Wurm: Arbeitsbuch Thales, Dümmler - Verlag Bonn 1997
F. Schanda: Computer - Lernprogramme, Beltz - Verlag Weinheim 1995
W. Ratzinger, O. Haring, W. Jansche: Entdecken und Experimentieren mit der Tabellenkalkulation, Veritas Verlag Linz 1993